

## CONTROL ECUACIONES E INECUACIONES

Noviembre 2003

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (3 puntos)

a)  $\frac{3-x}{4} - \frac{x+1}{6} = 2 - \frac{2-x}{3}$

b)  $3x^3 + 15x^2 + 18x = 0$

c)  $x^2(x^2 - 25) = x^2 - 25$

2.- Resuelve las siguientes inecuaciones y escribe su solución en forma de intervalo: (3 puntos)

a)  $(x+2)(x+3) < (x-1)(x+5)$

b)  $\frac{x+1}{x^2-5x+6} \geq 0$

c)  $x^2 - 2(2x-3) \leq x$

3.- Factoriza los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$P(x) = x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x$

$Q(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$

4.- Resuelve el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 3(x-1) < 5x+3 \\ 2x-1 \geq x+5 \\ 2 < 2x-2 \end{array} \right\} \text{ (1 punto)}$$

5.- Hemos comprado un terreno rectangular que tiene 10 metros más de largo que de ancho. Si su área es de  $264 \text{ m}^2$  ¿qué longitudes tienen sus lados? (1,5 puntos)

## SOLUCIONES

$$1.- a) \frac{3-x}{4} - \frac{x+1}{6} = 2 - \frac{2-x}{3} \quad \frac{3(3-x)}{12} - \frac{2(x+1)}{12} = \frac{24}{12} - \frac{4(2-x)}{12}$$

$$3(3-x) - 2(x+1) = 24 - 4(2-x) \Rightarrow 9 - 3x - 2x - 2 = 24 - 8 + 4x$$

$$-3x - 2x - 4x = 24 - 8 - 9 + 2 \Rightarrow -9x = 9 \Rightarrow x = -1 \quad \text{Solución: } x = -1$$

$$b) 3x^3 + 15x^2 + 18x = 0 \Rightarrow x(3x^2 + 15x + 18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x^2 + 15x + 18 = 0 \end{cases}$$

resolvemos ahora la ecuación de segundo grado  $3x^2 + 15x + 18 = 0$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 3 \cdot 18}}{2 \cdot 3} = \frac{-15 \pm \sqrt{9}}{6} = \frac{-15 \pm 3}{6} = \begin{cases} -3 \\ -2 \end{cases}$$

**Solución:  $x = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = -3$**

$$c) x^2(x^2 - 25) = x^2 - 25 \quad x^4 - 25x^2 = x^2 - 25 \Rightarrow x^4 - 26x^2 + 25 = 0$$

ecuación bicuadrada, hacemos el cambio:  $z = x^2$ ,  $z^2 = x^4$

$$z^2 - 26z + 25 = 0 \Rightarrow z = \frac{26 \pm \sqrt{26^2 - 4 \cdot 25}}{2} = \frac{26 \pm \sqrt{576}}{2} = \frac{26 \pm 24}{2} = \begin{cases} 25 \\ 1 \end{cases}$$

$$\text{Hallemos } x: x = \pm \sqrt{z} = \begin{cases} \pm \sqrt{25} = \pm 5 \\ \pm \sqrt{1} = \pm 1 \end{cases}$$

**Solución:  $x = 5$ ,  $x = -5$ ,  $x = 1$ ,  $x = -1$**

$$2.- a) (x+2)(x+3) < (x-1)(x+5)$$

$$x^2 + 2x + 3x + 6 < x^2 - x + 5x - 5 \Rightarrow x^2 + 5x + 6 - x^2 + x - 5x + 5 < 0$$

$$x + 11 < 0 \Rightarrow x < -11 \quad \text{Solución: } (-\infty, -11)$$

$$b) \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6} \geq 0 \quad \text{factorizamos el denominador: } x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2)$$

inecuación:  $\frac{x+1}{(x-2)(x-3)} \geq 0$  estudiamos el signo con una tabla:

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, 3)$	$(3, +\infty)$
$x+1$	-	+	+	+
$x-2$	-	-	+	+
$x-3$	-	-	-	+
$\frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$	-	+	-	+

**Solución:  $[-1, 2) \cup (3, +\infty)$**

c)  $x^2 - 2(2x - 3) \leq x \Rightarrow x^2 - 4x + 6 \leq x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0$

factorizamos:  $(x - 2)(x - 3) \leq 0$  y estudiamos el signo:

	$(-\infty, 2)$	$(2, 3)$	$(3, +\infty)$
$x - 2$	-	+	+
$x - 3$	-	-	+
$(x - 2)(x - 3)$	+	-	+

**Solución:**  $[2, 3]$

3.-  $P(x) = x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x = x(x^3 - x^2 - 9x + 9)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -9 & 9 \\ 1 & & 1 & 0 & -9 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 \end{array} \quad x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$P(x) = x(x - 1)(x - 3)(x + 3)$$

$Q(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 4 & 5 & 2 \\ -1 & & -1 & -3 & -2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array} \quad x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

$$Q(x) = (x + 1)^2(x + 2)$$

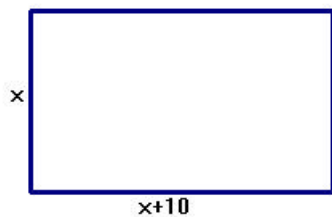
$$4.- \left. \begin{array}{l} 3(x - 1) < 5x + 3 \\ 2x - 1 \geq x + 5 \\ 2 < 2x - 2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 3x - 3 < 5x + 3 \\ 2x - x \geq 5 + 1 \\ 2 + 2 < 2x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x - 5x < 3 + 3 \\ x \geq 6 \\ 4 < 2x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2x < 6 \\ x \geq 6 \\ 2 < x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x > -3 \\ x \geq 6 \\ x > 2 \end{array} \right\}$$



**Solución:**  $[6, +\infty)$

5.- área  $264 \text{ m}^2$

$$A = b \cdot h = (x + 10) \cdot x = 264$$



$$x^2 + 10x - 264 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 1056}}{2} = \frac{-10 \pm 34}{2} = \begin{cases} 12 \\ -22 \end{cases}$$

$x = 12$

**Solución:** el terreno mide 22 m de largo y 12m de ancho